ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. G. I. B.

E.T.S.I.I. de València. Febrero de 2016.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

- **V** (marcada) / **F** — *La función* $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$ *tiene una asíntota horizontal y dos verticales.*
- **V** / **F** (marcada) — *La serie geométrica* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ *es convergente y suma* 1.
- **V** (marcada) / **F** — *La ecuación* $x^3 + x - 1 = 0$ *tiene al menos una solución en el intervalo* $[0, 1]$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{n} \frac{1+\sqrt{2n^3}}{n\sqrt{1+n}} = \boxed{\sqrt{2}} \qquad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x} = \boxed{e^2} \qquad \lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{(x-1)(x+2)} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

Problema 3 *Calcula el valor de la suma de la serie* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$.

Solución Este tipo de series se llaman series $\boxed{\textbf{telescópicas}}$ y se suman haciendo la llamada descomposición en fracciones simples de la fracción que en este caso es:

$$\boxed{\frac{1}{n+1} + \frac{(-1)}{n+2}}$$

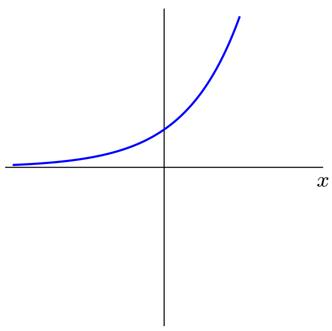
De esta manera la sucesión de las sumas parciales de la serie es:

$$s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \boxed{\frac{1}{2} + \frac{(-1)}{n+2}}$$

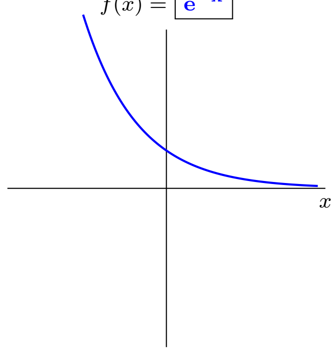
Tomando límites se tiene que el valor de la suma de la serie es $\boxed{\dfrac{1}{2}}$

Problema 4 *Escribe* **una** *función que represente a cada una de las siguientes gráficas.*

$f(x) = \boxed{e^{x}}$



$f(x) = \boxed{e^{-x}}$



Control Matemáticas II. G. I. B.

E.T.S.I.I. de València. Febrero de 2016.

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

V / **F** — *Si* $f(x)=[x]$ *es la función parte entera, entonces* $[x^2]=3$ *si* $x\in[9,16)$.

V / **F** — *La serie geométrica* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ *es convergente y suma* $\frac{1}{2}$.

V / **F** — *La inversa de la función tangente es la función cotangente.*

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(3x)}{x}=\boxed{\mathbf{3}}\qquad \lim_{n}\frac{3\cdot 5^{n+1}+3^n}{2^n-5^n}=\boxed{\mathbf{-15}}\qquad \lim_{n}\frac{n\cos(n!)}{2^n}=\boxed{\mathbf{0}}$$

Problema 3 *Calcula el valor de la suma de la serie* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$.

Solución Este tipo de series se llaman series $\boxed{\textbf{telescópicas}}$ y se suman haciendo la llamada descomposición en fracciones simples de la fracción que en este caso es:

$$\boxed{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}+\frac{(\mathbf{-1})}{\mathbf{n+1}}}$$

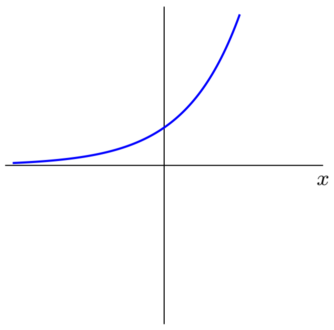
De esta manera la sucesión de las sumas parciales de la serie es:

$$s_n=a_1+a_2+\ldots+a_n=\boxed{\mathbf{1}+\frac{(\mathbf{-1})}{\mathbf{n+1}}}$$

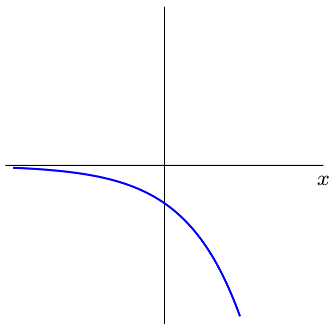
Tomando límites se tiene que el valor de la suma de la serie es $\boxed{\mathbf{1}}$

Problema 4 *Escribe* **una** *función que represente a cada una de las siguientes gráficas.*

$f(x)=\boxed{\mathbf{e^x}}$



$f(x)=\boxed{\mathbf{-e^x}}$



Control Matemáticas II. G. I. B.

E.T.S.I.I. de València. Febrero de 2016.

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

V / **F** *La función inversa de* $y = \sqrt{x-1}$ *es* $y = x^2 - 1$.

V / F *La serie geométrica* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ *es convergente y suma* $\dfrac{1}{6}$.

V / **F** *Si* $f(x) = [x]$ *es la función parte entera, entonces* $[e^x] = 1$ *si* $x \leq 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(5x)}{x} = \boxed{\mathbf{5}} \qquad \lim_{n}\frac{\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n}}{n} = \boxed{\mathbf{1}} \qquad \lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{(x-1)(x-2)} = \boxed{\mathbf{4}}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x*, la convergencia de la serie* $3^x + 9^x + 27^x + 81^x + \ldots$. *Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.*

Solución Este tipo de series se llaman series $\boxed{\textbf{geométricas}}$. En este caso la serie es convergente si se cumple la inecuación

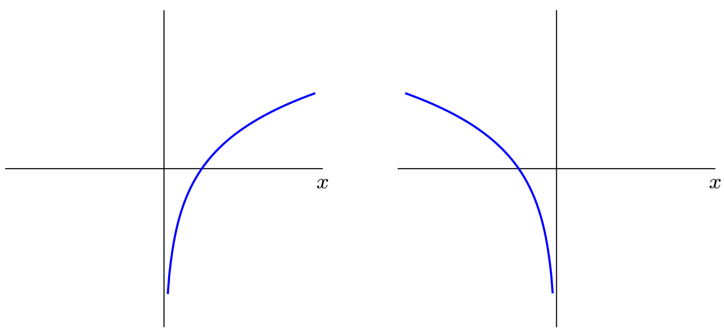
$$\boxed{|\mathbf{3^x}| < \mathbf{1}, \text{ o bien } \mathbf{3^x} < \mathbf{1}}$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{\mathbf{x} \in (-\infty, \mathbf{0})}$.
En este caso la suma es

$$\boxed{\frac{\mathbf{3^x}}{\mathbf{1-3^x}}}$$

Problema 4 *Escribe* **una** *función que represente a cada una de las siguientes gráficas.*

$f(x) = \boxed{\log(\mathbf{x})}$ $\qquad$ $f(x) = \boxed{\log(-\mathbf{x})}$



Control Matemáticas II. G. I. B.

E.T.S.I.I. de València. Febrero de 2016.

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

V **F** *La serie geométrica* $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ *es convergente y suma* $-\frac{1}{3}$.

V **F** *La función* $f(x)=\frac{\tan(x)}{x}$ *es una función impar.*

V **F** *La ecuación* $e^x = 4x^2 + x - 1$ *tiene al menos un cero en el intervalo* $[0,1]$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(3x)} = \boxed{\frac{1}{3}} \qquad \lim_{n}\frac{2\cdot 6^{n+1}+5^n}{2^n-6^n} = \boxed{-12} \qquad \lim_{n}\frac{2^n(1+\operatorname{sen}(3^n))}{n!} = \boxed{0}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x*, la convergencia de la serie* $1^x + 3^x + 9^x + 27^x + 81^x + \ldots$. *Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.*

Solución Este tipo de series se llaman series $\boxed{\textbf{geométricas}}$. En este caso la serie es convergente si se cumple la inecuación

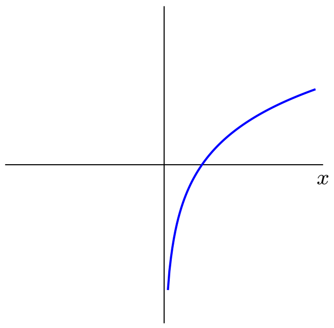
$$\boxed{\left|3^x\right| < 1, \text{ o bien } 3^x < 1}$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{x \in (-\infty, 0)}$. En este caso la suma es

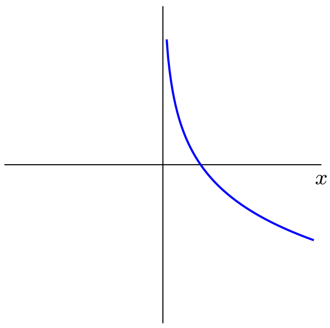
$$\boxed{\frac{1}{1-3^x}}$$

Problema 4 *Escribe* **una** *función que represente a cada una de las siguientes gráficas.*

$f(x) = \boxed{\log(x)}$



$f(x) = \boxed{-\log(x)}$



Control Matemáticas II. G. I. B.

E.T.S.I.I. de València. Febrero de 2016.

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

V / **F** *La función inversa de* $y = \sqrt{x-1}$ *es* $y = x^2 + 1$.

V / **F** *La serie geométrica* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ *es convergente y suma* 1.

V / **F** *Si* $f(x) = [x]$ *es la función parte entera, entonces* $[\log(x)] = 1$ *si* $x \in (0,1)$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(4x)}{\operatorname{sen}(2x)} = \boxed{2} \qquad \lim_{n} \frac{3^n \cdot \operatorname{atan}(3^n)}{n!} = \boxed{0} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{(x-1)x} = \boxed{3}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie* $1 + 2^{-x} + 4^{-x} + 8^{-x} + \ldots$ *Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.*

Solución Este tipo de series se llaman series $\boxed{\textbf{geométricas}}$. En este caso la serie es convergente si se cumple la inecuación

$$\boxed{\left|\mathbf{2^{-x}}\right| < \mathbf{1}, \text{ o bien, } \mathbf{2^{x}} > \mathbf{1}}$$

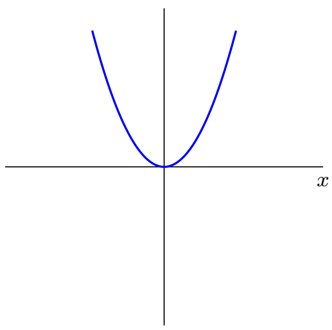
Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{\mathbf{x} \in (\mathbf{0}, +\infty)}$.

En este caso la suma es

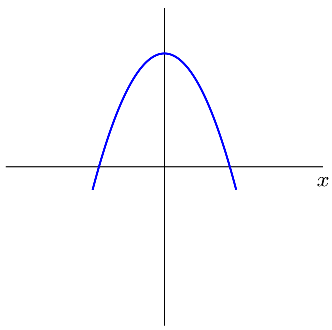
$$\boxed{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1 - 2^{-x}}}}$$

Problema 4 *Escribe* **una** *función que represente a cada una de las siguientes gráficas.*

$f(x) = \boxed{\mathbf{x^2}}$



$f(x) = \boxed{\mathbf{2 - x^2}}$



Control Matemáticas II. G. I. B.

E.T.S.I.I. de València. Febrero de 2016.

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

V / **F** *La función inversa de* $y = \sqrt{x-1}$ *es* $y = x^2 + 1$.

V / **F** *La serie geométrica* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ *es convergente y suma* 2.

V / **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\tan(x)}{x^2}$ *es simétrica respecto del origen.*

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(4x)}{x} = \boxed{\mathbf{4}} \qquad \lim_{n}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^n = \boxed{\mathbf{e^{-1}}} \qquad \lim_{n}\frac{\sqrt{3n^2-n}+\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+5}} = \boxed{\sqrt{\mathbf{3}}}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie* $2^{-x} + 4^{-x} + 8^{-x} + \ldots$. *Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.*

Solución Este tipo de series se llaman series $\boxed{\textbf{geométricas}}$. En este caso la serie es convergente si se cumple la inecuación

$$\boxed{\left|\mathbf{2^{-x}}\right| < \mathbf{1}, \text{ o bien, } \mathbf{2^{x}} > \mathbf{1}}$$

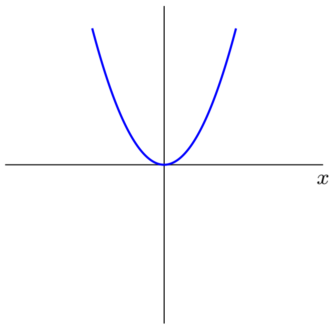
Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{\mathbf{x} \in (\mathbf{0}, +\infty)}$.

En este caso la suma es

$$\boxed{\frac{\mathbf{2^{-x}}}{\mathbf{1 - 2^{-x}}}}$$

Problema 4 *Escribe* **una** *función que represente a cada una de las siguientes gráficas.*

$f(x) = \boxed{\mathbf{x^2}}$



$f(x) = \boxed{\mathbf{x^2 - 2x}}$