ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Resolución ejercicios y problemas Matemáticas II
Semana 1

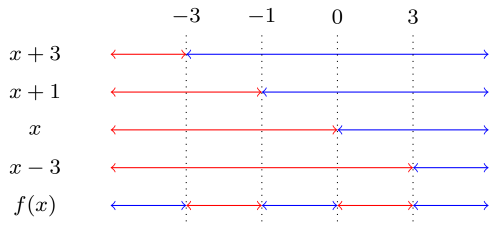
Primer parcial Grado Ingeniería Biomédica

S1 Breve repaso de álgebra y geometría elemental

Problema 1. a) $y - 3 = -5(x-2)$, b) $y = 3$, c) $x = 2$.

Problema 6. b) Como $|x| < 1 \Longleftrightarrow -1 < x < 1$ y $|y| < 2 \Longleftrightarrow -2 < y < 2$ se trata de un rectángulo (sin el borde). c) Es el interior de la parábola de ecuación $y = x^2 - 2$ (vértice en $(0, -2)$, pasa por $(\sqrt{2}, 0)$).

Problema 7. a) Calcula los ceros de la función $f(x) = x(x+1)(x^2-9)$ y mira los signos de cada trozo para obtener que la solución es $S = (-3, -1) \cup (0, 3)$.



b) Una posibilidad es dibujar las funciones $f(x) = |x^3|$ (que es parecida a una parábola) , $g(x) = |8x|$ (que tiene forma de **V** con vértice en el origen) y mirar cuándo f está por encima de g. Como las funciones se cortan en los puntos de abcisas $x = -\sqrt{8}, 0, \sqrt{8}$ la solución es $S = (-\infty, -\sqrt{8}) \cup (\infty, \sqrt{8})$.
d) Se trata de ver cuándo $4 < |x| < 6$. Dibuja por ejemplo la función $y = |x|$ y mira que esto ocurre si $S = (-4, -6) \cup (4, 6)$.
e) Como $x(x+1) < 1 \Longleftrightarrow x^2 + x - 1 < 0$ y la parábola de ecuación $y = x^2 + x - 1$ tiene coeficiente director $a = 1 > 0$ (tendrá forma de **U**) entonces la parte negativa se dará cuando x está entre las dos raíces:

$$S = \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right).$$

f) Como en el apartado b) dibuja las funciones $f(x) = |x+1|$ y $g(x) = |x|$ (que tienen ambas forma de **V**). Comprueba que sólo se cortan si $x = -1/2$ para llegar que $S = (-\infty, -1/2)$.

Problema 8. a) $x = e^{1/3}$. Aplica las propiedades de los logaritmos para obtener que:
b) $x = e$, c) $x = 1/2, -4/3$, e) no tiene solución.
d) Se trata de resolver la ecuación de segundo grado (con función incógnita 2^x): $4(2^x)^2 - 9(2^x) + 2 = 0$.
Resolviendo la ecuación

$$2^x = \frac{9 \pm 7}{8}, \text{ es decir, } x = 1 \text{ ó } x = -2.$$

Problema 9. a) $\cos(225) = \cos(180 + 45) = -\cos(45) = -\sqrt{2}/2$, b) $\tan(150) = -1/\sqrt{3}$,
c) $\operatorname{sen}(-\pi/6) = -1/2$, d) $\tan(\pi/3) = \sqrt{3}$, e) $\cos(7\pi/6) = -\sqrt{3}/2$.

Problema 10. Queremos calcular $x = \log_a b$, es decir $a^x = b$. Toma logaritmos para obtener que $x = \dfrac{\log b}{\log a}$.

S2 Funciones de una variable

Problema 11. c) Como $y = 1 + f(1-x) = 1 + f(-(x-1))$ con $f(x) = 2^x$ entonces la gráfica buscada se obtiene trasladando primero $f(x) = 2^x$ una unidad hacia la derecha, luegohaciendo una simetría respecto del eje Y y después trasladando otra unidad hacia arriba. d) En este caso $y = f(-x-1) = f(-(x+1))$ con $f(x) = \sqrt{x}$ luego la gráfica buscada se tiene trasladando $f(x) = \sqrt{x}$ una unidad hacia la izquierda y luego haciendo una simetría respecto del eje Y.

Problema 12. b) b1) Sube una unidad, b2) desplaza la gráfica una unidad hacia la izquierda, b3) la parte positiva se queda igual y la negativa sube hacia arriba (por simetría respecto del eje X), b4) sobre los positivos quedaría igual y los negativos se dibujaría por simetría respecto del eje Y (pero como la función es simétrica respecto del eje Y pues la gráfica no varía).

Problema 13. $y = \dfrac{1-x}{2x-1}$.

Problema 15. c) impar y d), e) pares.

Problema 16. Si f y g son dos funciones pares entonces $f(-x) = f(x)$ y $g(-x) = g(x)$ para todo x. Así $(fg)(-x) = f(-x)g(-x) = f(x)g(x) = (fg)(x)$ para todo x y por tanto fg es par. El resto son análogas.

Problema 17. Comprueba, haciendo la composición, que $(f \circ f \circ f)(x) = x$.

$\boxed{\mathbb{S}1}$ Propuestos Semana 1

Ejercicio 1. a) Se trata de resolver la inecuación $5/x < 6-x$. Dibujando la hipérbola $f(x) = 5/x$ y la recta $g(x) = 6-x$ y teniendo en cuenta que el corte de ambas curvas está en $x = 1,5$ se tiene $S = (-\infty, 0) \cup (1, 5)$.
b) Operando tenemos que $\dfrac{x^2-x-2}{x^2-x-6} < 0$. Sacando las raíces de cada parábola y con una tabla similar a la del **Problema 7**a) tenemos $S = (-2, -1) \cup (2, 3)$.
c) Dibuja la recta y parábola de la inecuación $(5/2)x < x^2 + 1$ para obtener $S = (-\infty, 1/2) \cup (2, \infty)$.
d) Procede como en **Problema 7**a) para llegar a $S = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (1, \sqrt{2})$.

Ejercicio 2. a) Dibuja $f(x) = |x-2|$ para ver que $S = (-\infty, -1) \cup (5, \infty)$. c) A partir de la parábola $y = x^2 - 1$ dibuja $f(x) = |x^2 - 1|$ para llegar a que $S = [-2, 2]$. d) Dibuja las funciones $f(x) = |2x-1|$ y $g(x) = 8 - |2x+1|$ y calcula los puntos de corte de las funciones para llegar a que $S = (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$.

Ejercicio 4. a) $y = x + 1$, b) $y = \dfrac{x^2-2}{2}$, c) $y = \dfrac{2x+3}{1-x}$, d) no tiene inversa pues no es inyectiva.

Ejercicio 6. a) iii), v), vi), b) iv), c) ninguna, d) v), vi), e) ii), f) iv).

Ejercicio 7. a) Teniendo en cuenta los valores de las funciones:

		1		2	
$2U(x-1)$	0		2		2
$U(x-2)$	0		0		1
$f(x)$	0		2		3

tenemos que $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 2 & 1 \le x < 2 \\ 3 & x \ge 3 \end{cases}$

		$-1/2$		$1/2$	
$U(x+1/2)$	0		1		1
$U(x-1/2)$	0		0		1
$g(x)$	0		1		0

tenemos que $g(x) = \begin{cases} 1 & -1/2 \le x < 1/2 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$

b) A partir de la gráfica tenemos que

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x < 2 \\ -1 & 2 \le x < 3 \\ 0 & x \ge 3 \end{cases}, \text{ es decir, } f(x) - 2 = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ -3 & 2 \le x < 3 \\ -2 & x \ge 3 \end{cases} = -3U(x-2) + U(x-3).$$

c) $f(x-3) = (x-3)^2$ es una parábola y $f(x-3)U(x-3)$ es la parte derecha de dicha parábola (prolongada con valor 0 para $x \in (-\infty, 3)$).

Ejercicio 9. Usando el valor de la temperatura del medio, la inicial y que $T(1) = 175^o$ tenemos que $k = \log(150/155) \approx -0.03$. Y por tanto $T(6) = 25 + 155e^{-0.18} \approx 154.47^o$. Finalmente el bizcocho estará a 30^o cuando pasen $t = (1/0.03)\log(31) \approx 114,46$ minutos.