ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Primer Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2021

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos | Nombre | Nota

`Puntuación: Respuesta correcta: 1 pto., Respuesta incorrecta: 0 ptos.`

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

[✓ **V**] **F** *La función inversa de* $y = \sqrt{x-1}$ *en el intervalo* $[1, \infty[$ *es* $y = x^2 + 1$.

V [✓ **F**] *Si* $(a_n)_n$ *es decreciente y* f *es decreciente entonces* $\big(f(a_n)\big)_n$ *es decreciente.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x}$ *tiene, en* $x = 0$, *una asíntota vertical.*

[✓ **V**] **F** *La función* $f(x) = \dfrac{3^x}{5^{-x}+1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x + [x^2]}{x + [x^2+1]} = \boxed{\frac{1}{2}} \qquad \lim_n \left(\frac{\log(2n+2)}{\log(2n+3)}\right)^{\log(2n+3)} = \boxed{1} \qquad \lim_n \frac{\sqrt{3n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{2n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie* $-1 + (1/2)^x - (1/4)^x + (1/8)^x + \ldots$ *Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.*

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. En este caso la serie es convergente si se cumple la inecuación

$$\boxed{|r| = \left|-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right| = 2^{-x} < 1}$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0, \infty[}$.

En este caso la suma es

$$\boxed{\frac{-1}{1-(-(1/2)^x)} = \frac{-2^x}{2^x+1}}$$

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Segundo Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2021

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Estudia la convergencia de las siguientes series numéricas, indicando el criterio utilizado y justificando brevemente el resultado*—**no hay que poner las operaciones**—.

`Puntuación: Caráter: 0.5 ptos., Criterio: 1 pto., Justificación: 1 pto.`

Serie 1: $\sum_n (-1)^n \frac{n}{n+1}$.

Se trata de una serie $\boxed{\text{divergente}}$. Para ello aplicamos el

$\boxed{\text{criterio general de la divergencia}}$,

puesto que

$$\boxed{\lim_n (-1)^n \frac{n}{n+1} \text{ no existe} \quad \text{y} \quad \text{en particular es no nulo}}$$

Serie 2: $\sum_n (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$.

Se trata de una serie $\boxed{\text{convergente}}$. Para ello aplicamos el

$\boxed{\text{criterio de la convergencia absoluta y el de comparación}}$,

puesto que

$$\boxed{\sum_n \left|(-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}\right| = \sum_n \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} \sim \sum_n \frac{1}{n^{3/2}} \text{ que es armónica generalizada con } p = 3/2 > 1}$$

Serie 3: $\sum_n \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdots(2n)}{n^2+1}$.

Se trata de una serie $\boxed{\text{divergente}}$. Para ello aplicamos el

$\boxed{\text{criterio de D'Alembert}}$,

puesto que

$$\boxed{\alpha = \lim_n \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \infty > 1}$$

Serie 4: $\sum_n \frac{(-1)^n}{n}$.

Se trata de una serie $\boxed{\text{convergente}}$. Para ello aplicamos el

$\boxed{\text{criterio de Leibniz}}$,

puesto que

$$\boxed{\lim_n b_n = \lim_n \frac{1}{n} = 0 \quad \text{y} \quad (b_n)_n \text{ es decreciente}}$$