Primer Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2022

Apellidos	Nombre	Nota

`Puntuación: Respuesta correcta: 1 pto., Respuesta incorrecta: 0 ptos.`

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

- **V** / **F** (F marcada) *La función* $y = [x^2]$ *es continua en* $x = \sqrt{2}$.
- **V** / **F** (V marcada) *La función* $y = \dfrac{(x - \operatorname{atan}(x))^3}{\operatorname{sen}(x)}$ *es una función par.*
- **V** / **F** (F marcada) $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x = 0$ *para cualquier* $a > 0$.
- **V** / **F** (V marcada) *La función* $f(x) = \dfrac{5^x}{5^x + 7}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = 1$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{1}{n}\right] = \boxed{-1} \qquad \lim_n \left(\frac{\log(2n^3+2)}{\log(2n^2+3)}\right)^{\frac{2n+3}{3n+2}} = \boxed{(\tfrac{3}{2})^{\frac{2}{3}}} \qquad \lim_n \frac{\sqrt{3n^2-n}-\sqrt{n}}{2n+\sqrt{2n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}}$$

`Nota.` *Recuerda que* $f(x) = [x]$ *es la función parte entera.*

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie* $-(1/4)^x + (1/8)^x - (1/16)^x + \ldots$ *Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.*

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. En este caso la serie es convergente si se cumple la inecuación

$$\boxed{|r| = \left|-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right| = 2^{-x} < 1}$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0, \infty[}$.

En este caso la suma es

$$\boxed{-\frac{(-(1/2)^x)^2}{1-(-(1/2)^x)} = \frac{-1}{2^x(2^x+1)}}$$

Segundo Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2022

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Estudia la convergencia de las siguientes series numéricas, indicando el criterio utilizado y justificando brevemente el resultado*—**no hay que poner las operaciones**—.

`Puntuación: Caráter: 0.5 ptos., Criterio: 1 pto., Justificación: 1 pto.`

Serie 1: $\sum_n (-1)^n \left(n^3 - \sqrt{n^6+n}\right)$.

Se trata de una serie de carácter convergente. Para ello aplicamos el

criterio de la convergencia absoluta y el de comparación,

puesto que

$$\sum_n \left|(-1)^n \left(n^3 - \sqrt{n^6+n}\right)\right| = \sum_n \frac{-n}{n^3+\sqrt{n^6+1}} \sim \sum_n \frac{1}{n^2} \text{ armónica generalizada con } p = 2 > 1$$

Serie 2: $\sum_n (-1)^n \log\left(1+\frac{1}{n}\right)$.

Se trata de una serie de carácter convergente. Para ello aplicamos el

criterio de Leibniz,

puesto que

$\lim_n b_n = \log(1) = 0$ y $(b_n)_n$ es decreciente porque $1+\frac{1}{n}$ es decreciente y log es creciente

Serie 3: $\sum_n \left(\frac{2n+2}{2n+3}\right)^{2n^2+3n}$.

Se trata de una serie de carácter convergente. Para ello aplicamos el

criterio de Cauchy,

puesto que

$$\lim_n \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{e} < 1$$

Serie 4: $\sum_n (-1)^n \frac{n^2}{2^n}$.

Se trata de una serie de carácter convergente. Para ello aplicamos el

criterio de D'Alembert,

puesto que

$$\alpha = \lim_n \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \frac{1}{2} < 1$$