Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2023

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas :*

V **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión creciente y* f *es una función decreciente entonces la sucesión* $\left(f(a_n)\right)_n$ *es una sucesión creciente.*

V **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x} - 1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = \dfrac{\pi}{2}$.

V **F** *La función* $f(x) = \dfrac{(x - \tan(x))^2}{|x|}$ *es una función par.*

V **F** *La función inversa de* $y = \sqrt{x+1}$ *en el intervalo* $[-1, \infty[$ *es* $y = x^2 - 1$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{x \to 1^-} \left[\frac{x+1}{x^2+1}\right] = \boxed{1} \qquad \lim_{n} \left(\frac{\log(3n+2)}{\log(3n+3)}\right)^{\log(3n+3)} = \boxed{1}$$

$$\lim_{n} \frac{\sqrt{5n^2 - n} - \sqrt{n}}{n + \sqrt{3n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{3}}} \qquad \lim_{n} \frac{5^n + 3 \cdot 7^n}{2^n - 7^n} = \boxed{-3}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-e^{1/x} + (e^{1/x})^2 - (e^{1/x})^3 + (e^{1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-e^{1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

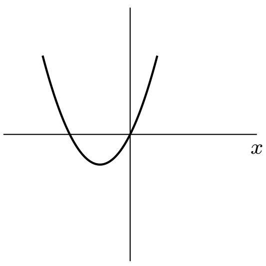
$$\boxed{e^{1/x} < 1 \iff \frac{1}{x} < 0 \iff x < 0 \text{ —sirve cualquiera—}}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]-\infty, 0[}$.
En cuyo caso la suma es

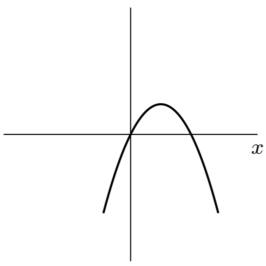
$$\boxed{\frac{-e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}}.$$

Problema 4 *Escribe* **una** *función que represente a cada una de las siguientes gráficas.*

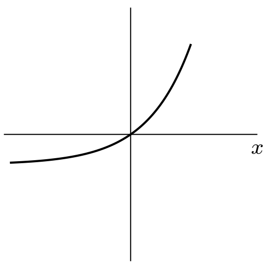
$f(x) = \boxed{x(x+1)}$



$f(x) = \boxed{-x(x-1)}$



$f(x) = \boxed{e^x - 1}$



$f(x) = \boxed{\log(-x)}$