Tercer Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Mayo de 2021

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Calcula el dominio de convergencia de la serie de potencias* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n n^{1,00001}} (x+3)^n$.

Solución: Centro serie $\boxed{a=-3}$ Radio de convergencia serie $\boxed{R=5}$

¿Converge en el extremo izquierdo `SI/NO`? $\boxed{\text{SI}}$ ¿Converge en el extremo derecho `SI/NO`? $\boxed{\text{SI}}$

Dominio de convergencia $\boxed{[-8,2]}$

`Puntuación: Los cuatro apartados 2 puntos`

Problema 2 *Calcula desarrollo de MacLaurin de la función* $f(x) = \frac{1}{7+x^3}$ *indicando el radio de convergencia de la serie obtenida.*

Solución: Se trata de una serie de tipo (`Geométrica, Exponencial, Trigonométrica, Trigonométrica hiperbólica, Logarítmica, Binomial`) $\boxed{\text{Geométrica}}$

El radio de convergencia es $\boxed{\sqrt[3]{7}}$ La serie de MacLaurin es $\boxed{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{7^{n+1}} x^{3n}}$

`Puntuación: 3 puntos + 3 puntos + 4 puntos`

Problema 3 *Escribe el polinomio* $p(x) = x^3 + 7x^2 - 5x + 1$ *en potencias de* $x+1$.

Solución: Escribe el valor de todas las derivadas necesarias (`incluye la de orden cero`):

$$\boxed{p(-1) = 12, \quad p'(-1) = -16, \quad p''(-1) = 8, \quad p'''(-1) = 6}$$

Escribe el polinomio de Taylor que vas a utilizar

$$\boxed{P(x) = 12 - 16(x+1) + \frac{8}{2}(x+1)^2 + \frac{6}{3!}(x+1)^3 = 12 - 16(x+1) + 4(x+1)^2 + (x+1)^3}$$

Justifica por qué el polinomio de Taylor que has calculado, $P(x)$, coincide con $p(x)$

Porque $p(x) = P_3(x) + R_3(x) = P(x) + R_3(x)$ con

$$R_3(x) = \frac{p^{iv)}z}{4!}(x+1^4),$$

para cierto z entre x y -1. Pero como p es un polinomio de grado 3 entonces $p^{iv)}(x) = 0$ para cualquier x (en particular para el z) con lo que $R_3(x) = 0$ y en consecuencia:

$$p(x) = P(x) + 0 = P(x).$$

`Puntuación: 3 puntos + 4 puntos + 3 puntos`