Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M1

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

[✓ **V**] **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión creciente de términos positivos entonces la sucesión* $\big(\log(a_n)\big)_n$ *es una sucesión creciente.*

[✓ **V**] **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x} - 1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = -\dfrac{\pi}{2}$.

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{(x - |x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \Big[-\frac{\log(3n^3+2)}{\log(3n^2+3)}\Big] = \boxed{-2} \qquad \lim_n \left(\frac{3n+2}{3n+3}\right)^{5n+1} = \boxed{e^{-5/3}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{7n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{3n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}}} \qquad \lim_n \frac{5^n + 3\cdot 7^n}{2^n - 7^{n+1}} = \boxed{-3/7}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x*, la convergencia de la serie*

$$-e^{-1/x} + (e^{-1/x})^2 - (e^{-1/x})^3 + (e^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-e^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.

En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-e^{-1/x}}{1+e^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = 3U(x-2) + 2U(x+1)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 2, & -1 \leq x < 2 \\ 5, & x \geq 2 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ 6, & 3 \leq x < 5 \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{6U(x-3) - 5U(x-5)}.$$

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M2

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

V [✓ F] *Si $(a_n)_n$ es una sucesión decreciente de términos positivos entonces la sucesión $\big(\log(a_n)\big)_n$ es una sucesión creciente.*

V [✓ F] *La función $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x}+1}$ tiene una asíntota horizontal en $y = -\dfrac{\pi}{2}$.*

V [✓ F] *La función $f(x) = \dfrac{(x-|x|)^2}{-\cos(x)}$ es una función par.*

V [✓ F] *La función $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{7x}$ tiene una asíntota vertical en $x = 0$.*

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \Big[-\frac{\log(3n^5+2)}{\log(3n^2+3)}\Big] = \boxed{-3} \qquad \lim_n \left(\frac{3n+2}{3n+3}\right)^{6n+1} = \boxed{e^{-2}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{2n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{3n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 7^{n+1}}{2^n-7^n} = \boxed{-21}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de x, la convergencia de la serie*

$$-2^{-1/x} + (2^{-1/x})^2 - (2^{-1/x})^3 + (2^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-2^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.
En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-2^{-1/x}}{1+2^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = -3U(x+1) + 2U(x-1)$ vale

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ -3, & -1 \leq x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 2, & 2 \leq x < 4 \\ -1, & x \geq 4 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U como

$$f(x) = \boxed{2U(x-2) - 3U(x-4)}.$$

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M3

Apellidos

Nombre

Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

[✓ **V**] **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión decreciente de términos positivos entonces la sucesión* $\big(\log(a_n)\big)_n$ *es una sucesión decreciente.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x}-1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = \dfrac{\pi}{2}$.

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{(x+|x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{7x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \Big[-\frac{\log(3n^7+2)}{\log(3n^3+3)}\Big] = \boxed{-3} \qquad \lim_n \left(\frac{2n+2}{2n+3}\right)^{5n+1} = \boxed{e^{-5/2}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{8n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{2n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 9^{n+1}}{2^n-9^n} = \boxed{-27}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-3^{-1/x} + (3^{-1/x})^2 - (3^{-1/x})^3 + (3^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-3^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.
En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-3^{-1/x}}{1+3^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = 3U(x+2) - 5U(x-3)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 3, & -2 \leq x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ -2, & 1 \leq x < 7 \\ 1, & x \geq 7 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{-2U(x-1)+3U(x-7)}.$$

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M4

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

V [✓ F] *Si $(a_n)_n$ es una sucesión creciente de términos positivos entonces la sucesión $\big(\log(a_n)\big)_n$ es una sucesión decreciente.*

[✓ V] F *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(-x)}{5^{-x}-1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = \dfrac{\pi}{2}$.

V [✓ F] *La función* $f(x) = \dfrac{(x-|x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ F] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{7x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \Big[-\frac{\log(3n^8+2)}{\log(3n^3+3)}\Big] = \boxed{-3} \qquad \lim_n \left(\frac{5n+2}{5n+3}\right)^{7n+1} = \boxed{e^{-7/5}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{11n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{2n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{11}}{1+\sqrt{2}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 11^{n+1}}{2^n-11^n} = \boxed{-33}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de x, la convergencia de la serie*

$$-4^{-1/x} + (4^{-1/x})^2 - (4^{-1/x})^3 + (4^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-4^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.
En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-4^{-1/x}}{1+4e^{-x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = U(x+5) - 5U(x-7)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<-5 \\ 1, & -5\leq x<7 \\ -4, & x\geq 7 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<2 \\ -5, & 2\leq x<7 \\ 2, & x\geq 7 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U como

$$f(x) = \boxed{-5U(x-2)+7U(x-7)}.$$

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M5

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

[✓ **V**] **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión creciente de términos positivos entonces la sucesión* $\left(e^{a_n}\right)_n$ *es una sucesión creciente.*

[✓ **V**] **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x}-1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = -\dfrac{\pi}{2}$.

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{(x-|x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(3n^3+2)}{\log(3n^2+3)}\right] = \boxed{-2} \qquad \lim_n \left(\frac{3n+2}{3n+3}\right)^{5n+1} = \boxed{e^{-5/3}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{7n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{3n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 7^n}{2^n-7^{n+1}} = \boxed{-3/7}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-5^{-1/x} + (5^{-1/x})^2 - (5^{-1/x})^3 + (5^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-5^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.

En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-5^{-1/x}}{1+5^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = 3U(x-2) + 2U(x+1)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 2, & -1 \leq x < 2 \\ 5, & x \geq 2 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ 6, & 3 \leq x < 5 \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{6U(x-3) - 5U(x-5)}.$$

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M6

Apellidos

Nombre

Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

V [✓ F] *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión decreciente de términos positivos entonces la sucesión* $\left(e^{a_n}\right)_n$ *es una sucesión creciente.*

V [✓ F] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x}+1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = -\dfrac{\pi}{2}$.

V [✓ F] *La función* $f(x) = \dfrac{(x-|x|)^2}{-\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ F] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{7x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(3n^4+2)}{\log(3n^9+3)}\right] = \boxed{-1} \qquad \lim_n \left(\frac{2n+2}{2n+3}\right)^{7n+1} = \boxed{e^{-7/2}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{3n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{8n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{8}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 13^{n+1}}{2^n-13^n} = \boxed{-39}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-2^{-1/x} + (2^{-1/x})^2 - (2^{-1/x})^3 + (2^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-2^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.

En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-2^{-1/x}}{1+2^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = -3U(x+1) + 2U(x-1)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<-1 \\ -3, & -1\leq x<1 \\ -1, & x\geq 1 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<2 \\ 2, & 2\leq x<4 \\ -1, & x\geq 4 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{2U(x-2)-3U(x-4)}.$$

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M7

Apellidos

Nombre

Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

[✓ **V**] **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión decreciente de términos positivos entonces la sucesión* $\left(e^{a_n}\right)_n$ *es una sucesión decreciente.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x}-1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = \dfrac{\pi}{2}$.

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{(x+|x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{7x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(3n^9+2)}{\log(3n^4+3)}\right] = \boxed{-3} \qquad \lim_n \left(\frac{4n+2}{4n+3}\right)^{9n+1} = \boxed{e^{-9/4}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{7n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{3n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 15^{n+1}}{2^n-15^n} = \boxed{-45}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-3^{-1/x} + (3^{-1/x})^2 - (3^{-1/x})^3 + (3^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-3^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.

En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-3^{-1/x}}{1+3^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = 3U(x+2) - 5U(x-3)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 3, & -2 \leq x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ -2, & 1 \leq x < 7 \\ 1, & x \geq 7 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{-2U(x-1) + 3U(x-7)}.$$

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M8

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

V [✓ F] *Si $(a_n)_n$ es una sucesión creciente de términos positivos entonces la sucesión $\left(e^{a_n}\right)_n$ es una sucesión decreciente.*

[✓ V] F *La función $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(-x)}{5^{-x}-1}$ tiene una asíntota horizontal en $y = \dfrac{\pi}{2}$.*

V [✓ F] *La función $f(x) = \dfrac{(x-|x|)^2}{\cos(x)}$ es una función par.*

V [✓ F] *La función $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{7x}$ tiene una asíntota vertical en $x = 0$.*

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(3n^3+2)}{\log(3n^7+3)}\right] = \boxed{-1} \qquad \lim_n \left(\frac{6n+2}{6n+3}\right)^{7n+1} = \boxed{e^{-7/6}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{11n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{2n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{11}}{1+\sqrt{2}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 9^{n+1}}{2^n-9^n} = \boxed{-27}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de x, la convergencia de la serie*

$$-4^{-1/x} + (4^{-1/x})^2 - (4^{-1/x})^3 + (4^{-1/x})^4 - \ldots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-4^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.

En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-4^{-1/x}}{1+4^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = U(x+5) - 5U(x-7)$ vale

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -5 \\ 1, & -5 \leq x < 7 \\ -4, & x \geq 7 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ -5, & 2 \leq x < 7 \\ 2, & x \geq 7 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U como

$$f(x) = \boxed{-5U(x-2) + 7U(x-7)}.$$

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M9

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos | Nombre | Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

[✓ **V**] **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión creciente de términos positivos entonces la sucesión* $\left(\sqrt{a_n}\right)_n$ *es una sucesión creciente.*

[✓ **V**] **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{3^{-x}-1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = -\dfrac{\pi}{2}$.

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{(x-|x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función impar.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(9x)}{x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(7n^3+2)}{\log(3n^7+3)}\right] = \boxed{-1} \qquad \lim_n \left(\frac{5n+2}{5n+3}\right)^{-n+1} = \boxed{e^{1/5}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{8n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{3n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{3}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 13^n}{2^n-13^{n+1}} = \boxed{-3/13}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x*, la convergencia de la serie*

$$-6^{-1/x} + (6^{-1/x})^2 - (6^{-1/x})^3 + (6^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-6^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x>0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.
En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-6^{-1/x}}{1+6^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = -3U(x-2) - 2U(x+1)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<-1 \\ -2, & -1\leq x<2 \\ -5, & x\geq 2 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<2 \\ -6, & 2\leq x<4 \\ 1, & x\geq 4 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{-6U(x-2)+7U(x-4)}.$$

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M10

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

V [✓ **F**] *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión decreciente de términos positivos entonces la sucesión* $\left(\sqrt{a_n}\right)_n$ *es una sucesión creciente.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{3^{-x}+1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = -\dfrac{\pi}{2}$.

[✓ **V**] **F** *La función* $f(x) = \dfrac{(x^2 - |x|)}{-\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{7x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(3n^6+2)}{\log(3n^7+3)}\right] = \boxed{-1} \qquad \lim_n \left(\frac{2n+2}{2n+3}\right)^{-6n+1} = \boxed{e^3}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{5n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{9n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{9}}} = \frac{\sqrt{5}}{4} \qquad \lim_n \frac{5^n + 3\cdot 7^{n+1}}{2^n - 7^n} = \boxed{-21}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-8^{-1/x} + (8^{-1/x})^2 - (8^{-1/x})^3 + (8^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-8^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.
En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-8^{-1/x}}{1+8^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = 3U(x+2) - 2U(x-2)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 3, & -2 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ -2, & 1 \leq x < 3 \\ -1, & x \geq 3 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{-2U(x-1) + U(x-3)}.$$

ESCUELA TÉCNICA
SUPERIOR INGENIEROS
INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M11

UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

[✓ **V**] **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión decreciente de términos positivos entonces la sucesión* $\left(\sqrt{a_n}\right)_n$ *es una sucesión decreciente.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\text{atan}(x)}{9^{-x}-1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = \dfrac{\pi}{2}$.

[✓ **V**] **F** *La función* $f(x) = \dfrac{(x^2+|x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ **F**] *La función* $f(x) = \dfrac{\text{sen}(4x)}{6x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(3n^9+2)}{\log(3n^2+3)}\right] = \boxed{-5} \qquad \lim_n \left(\frac{-2n+2}{-2n+3}\right)^{5n+1} = \boxed{e^{5/2}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{3n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{5n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{5}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 11^{n+1}}{2^n-11^n} = \boxed{-33}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-3^{-1/x} + (3^{-1/x})^2 - (3^{-1/x})^3 + (3^{-1/x})^4 - \ldots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-3^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.
En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-3^{-1/x}}{1+3^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = 3U(x+2) - 5U(x-3)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 3, & -2 \leq x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ -2, & 1 \leq x < 7 \\ 1, & x \geq 7 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{-2U(x-1) + 3U(x-7)}.$$

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2024. M12

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

V [✓ F] *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión creciente de términos positivos entonces la sucesión* $\left(\sqrt{a_n}\right)_n$ *es una sucesión decreciente.*

[✓ V] F *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(-x)}{3^{-x}-1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = \dfrac{\pi}{2}$.

[✓ V] F *La función* $f(x) = \dfrac{(x^2-|x|)^2}{\cos(x)}$ *es una función par.*

V [✓ F] *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{7x}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_n \left[-\frac{\log(3n^3+2)}{\log(3n^9+3)}\right] = \boxed{-1} \qquad \lim_n \left(\frac{-5n+2}{-5n+3}\right)^{n+1} = \boxed{e^{1/5}}$$

$$\lim_n \frac{\sqrt{13n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{11n^2+5}} = \boxed{\frac{\sqrt{13}}{1+\sqrt{11}}} \qquad \lim_n \frac{5^n+3\cdot 9^{n+1}}{2^n-9^n} = \boxed{-27}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-4^{-1/x} + (4^{-1/x})^2 - (4^{-1/x})^3 + (4^{-1/x})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia de esta serie es:

$$r = \boxed{-4^{-1/x}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{-1/x < 0 \iff x > 0}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]0,\infty[}$.

En cuyo caso la suma es

$$\boxed{\frac{-4^{-1/x}}{1+4^{-1/x}}}.$$

Problema 4

La función $f(x) = -7U(x+5) - 2U(x-7)$ *vale*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -5 \\ -7, & -5 \leq x < 7 \\ -9, & x \geq 7 \end{cases}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ -5, & -1 \leq x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{-5U(x+1) + 3U(x-3)}.$$