ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Segundo Parcial de Matemáticas II
Grado Ingeniería Biomédica

ETSII de València. Mayo de 2022

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre

Instrucciones

1. Comienza poniendo el nombre y apellidos.
2. En la pregunta de Verdadero o Falso marca claramente tu respuesta. En otro caso la pregunta no será puntuada.
3. Excepto en la primera pregunta pon todos los cálculos necesarios.
4. No se puede usar ningún tipo de material de consulta ni asistentes electrónicos.
5. Escribe con bolígrafo azul o negro.
6. El tiempo total es de 2 horas.

Nota final

Puntuación

Ejercicio 1	1	______
	2	______
Ejercicio 2	1	______
	2	______
Ejercicio 3	1	______
	2	______
Ejercicio 4	1	______
	2	______
Ejercicio 5	1	______
	2	______

Ejercicio 1 —`10 puntos: 5 puntos cada apartado`—

1 Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas (no hay que justificar nada). **Las respuestas correctas suman 0.5 puntos y las incorrectas restan 0.25 puntos.**

V / **F** *Si* $f(x) = \sqrt{1+x}$ *entonces* $f^{xi)}(0) = 11!\binom{1/2}{11}$.

V / **F** $x\,\mathrm{sen}(x) = x + \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} + \dfrac{x^7}{7!} + \ldots$ *para todo* $x \in \mathbb{R}$.

V / **F** *La ecuación del plano tangente a la superficie* $z = x^2 - y^2$ *en el punto* $(1,1,0)$ *es* $2x - 2y - z = 0$.

V / **F** *Si una serie de Taylor de centro* $a = 1$ *es divergente en* $x = 3$ *y convergente en* $x = -1$ *entonces su radio de convergencia es igual a* 2.

V / **F** $\displaystyle\int_0^\pi \cos^2(x)dx = \frac{\pi}{2}$.

V / **F** *Si una serie de potencias es convergente en el punto* $x = 1$ *entonces la serie de potencias de su integral también convergerá en dicho punto.*

V / **F** *Si* $f(x,y) = x^2 - y^2$ *entonces* $D_{(1,-1)}f(x,y) = \sqrt{2}(x+y)$.

V / **F** *La suma de la serie* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n/2}}{n!}$ *es* $e^{\sqrt{2}}$.

V / **F** *La suma de la serie* $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2}{n} 3^n$ *es* 16.

V / **F** *La suma de la serie* $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} 3^n$ *es* 2.

2 *Se define el vector gradiente de una función* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *en el punto* (a,b) *como*

$\nabla f(a,b) =$

El Método del descenso del gradiente asegura que si f *es una función diferenciable en* (a,b) *entonces de todas las derivadas direccionales la mayor se obtiene tomando como vector* **unitario***:*

$\mathbf{u} =$

Para la demostración usamos en primer lugar que como f *es diferenciable en* (a,b) *entonces la derivada direccional la podemos escribir a partir del vector gradiente usando la fórmula*

$D_{\mathbf{u}}f(a,b) =$

Pero el producto escalar en $\mathbb{R}^2$ *se puede escribir en función del ángulo y por lo tanto la derivada direccional la podemos reescribir como*

$D_{\mathbf{u}}f(a,b) =$

Y como el vector $\mathbf{u}$ *es un vector unitario entonces el mayor valor se obtiene cuando el coseno vale* ______ *es decir cuando el ángulo es cero, y con esto se obtiene el resultado.*

Ejercicio 2 —`10 puntos: 5 puntos cada apartado`—

1. Calcula el dominio de convergencia de la serie $\displaystyle\sum_n \frac{x^{3n}}{7^n n}$.

2. *Calcula el valor de* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n-1)!} 3^{n+1}$.

Ejercicio 3 —`10 puntos: 5 puntos cada apartado`—

1 Calcula el desarrollo de MacLaurin de la función $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2+3x}}$, indicando el radio de convergencia de la serie obtenida.

2 *Calcula, usando un polinomio de MacLaurin de segundo grado, una aproximación de* $\sqrt{1.01}$. *Escribe también un valor del error cometido.*

Ejercicio 4 —`10 puntos: 5 puntos cada apartado`—

1. Calcula el volumen de la superficie de revolución que se obtiene al girar, alrededor del eje OX, la función $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x^2 + x + 1}}$ en el intervalo $[0, 1]$.

2. Calcula la longitud de la curva $f(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}$ para $x \in [1, 2]$.

Ejercicio 5 —`10 puntos: 6 puntos el primer apartado y 4 el segundo`—

1 *Considera la función* $f(x,y) = e^x \displaystyle\int_y^{y^2} e^{-t^2}\,dt$.

(a) Demuestra que f *es diferenciable en el punto* $(1,0)$.
(b) Calcula la ecuación del plano tangente a la superficie $z = f(x,y)$ *en* $(1,0,0)$.
(c) Calcula la derivada direccional máxima de f *en* $(1,0)$.

2 *Estudia y clasifica los extremos relativos de la función* $f(x) = 3x^2 + (y^2-9)^2$.