ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIEROS INDUSTRIALES VALENCIA

Control Matemáticas II. GIB

ETSII de València. Marzo de 2026. M1

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Apellidos	Nombre	Nota

`Nota.` Recuerda que $f(x) = [x]$ es la función parte entera.

Problema 1 *Indica si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:*

V / **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{atan}(x)}{5^{-x}+1}$ *tiene una asíntota horizontal en* $y = -\dfrac{\pi}{2}$.

V / **F** *La función* $f(x) = \left[x^2\right]$ *tiene una discontinuidad de salto finito en* $x = \sqrt{2}$.

V / **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(|x|)}{|3x|}$ *tiene una asíntota vertical en* $x = 0$.

V / **F** $\lim\limits_{n} \dfrac{n+1}{n-1}\cos(n) = 1$.

V / **F** *La función* $f(x) = \dfrac{\tan(x)}{x^3 - x}$ *es una función par.*

V / **F** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(|3x|)}{x} = 3$.

V / **F** *Si* $(a_n)_n$ *es una sucesión creciente entonces* $\left(e^{-\operatorname{atan}(a_n)}\right)_n$ *es una sucesión creciente.*

Problema 2 *Calcula el valor de los siguientes límites:*

$$\lim_{n}\left[2 - \frac{\log(3n^3+2)}{\log(3n^2+3)}\right] = \boxed{0} \qquad \lim_{n}\left(\frac{2n+2}{2n+3}\right)^{-5n+1} = \boxed{e^{5/2}} \qquad \lim_{n}\left[-\frac{1}{n}\right] = \boxed{-1}$$

$$\lim_{n}\frac{\sqrt{4n^2-n}-\sqrt{n}}{n+\sqrt{3n^2+5}} = \boxed{\frac{2}{1+\sqrt{3}}} \qquad \lim_{n}\frac{5^n+3\cdot 2^{3n}}{2^n-2^{3n+1}} = \boxed{-\frac{3}{2}} \qquad \lim_{n}\frac{5n^2+2n+1}{7n^3+5n^2+1}\cos(n) = \boxed{0}$$

Problema 3 *Estudia, según los valores de* x, *la convergencia de la serie*

$$-e^{-1/(x+5)} + (e^{-1/(x+5)})^2 - (e^{-1/(x+5)})^3 + (e^{-1/(x+5)})^4 - \dots$$

Calcula, donde sea posible, el valor de la suma.

Solución Este tipo de series se llaman series geométricas. El radio de convergencia y primer término valen:

$$r = \boxed{-e^{-1/(x+5)}} \quad \text{y} \quad a = \boxed{-e^{-1/(x+5)}}.$$

La serie será entonces convergente si cumple la inecuación

$$\boxed{\left|-e^{-1/(x+5)}\right| < 1 \iff -\frac{1}{x+5} < 0 \iff x > -5 \text{ —sirve cualquiera—}}.$$

Es decir cuando x pertenece al intervalo $\boxed{]-5,+\infty[}$. En cuyo caso la suma es $\boxed{\dfrac{-e^{-1/(x+5)}}{1+e^{-1/(x+5)}} = \dfrac{-1}{1+e^{1/(x+5)}}}$.

Problema 4

La función $f(x) = 5U(x+3) - 2U(x-1)$ *vale*

$$f(x) = \boxed{\begin{cases} 0, & x < -3 \\ 5, & -3 \le x < 1 \\ 3, & x \ge 1 \end{cases}}$$

La función

$$f(x) = \begin{cases} -2, & x < 3 \\ 6, & 3 \le x < 5 \\ 1, & x \ge 5 \end{cases}$$

se puede reescribir en términos de la función U *como*

$$f(x) = \boxed{-2 + 8U(x-3) - 5U(x-5)}.$$